*\$; *+)*!4+!% / 1H*!-0&!64 ; <8*!'&! ''4&2'\$)B! F -)-66-B!4*!0\$33!4*!4+!4..'3'4+\$5!64 ; <8*\$*! '&!Q<4'&B!R)4&6\$B!4&5!66\$34&59!!

- : \$!4)\$! F 4'&\$H*!3\$45'&2!<)-('5\$)!-.!#\$43+#64)\$!<)-.\$**'-&43*9!S..\$)'&2!-8)!*+4+\$H*!-&3,!
 ; \$5'643!*6#--3!4&5!/-)+#\$)&!/\$0!1&234&5H*!-&3,!5\$&+43!*6#--38!4*!0\$33!4*!<)-2)4; *!'&!
 <#4); 46,8!&8)*'&28!4&5!4!)4&2\$!-.!-+#\$)!#\$43+#!<)-.\$**'-&*8!%/1!<34,*!4!3\$45'&2!)-3\$!'&!
 ; \$\$+'&2!+#\$!#\$43+#!64)\$!&\$\$5*!-.!8&5\$)*\$)(\$5!6-;; 8&'+'\$*!+#)-82#-8+!+#\$!/-)+#\$4*+!4&5!
 A\$,-&59!!
- : \$!4)\$!4!&4+'-&43!3\$45\$)!'&!'&+\$><)-.\$**'-&43!#\$43+#!64)\$!\$5864+'-&!TGU1V9!W\$*\$4)6#!
 63\$4)3,!5\$; -&*+)4+\$*!'; <)-(\$5!#\$43+#!-8+6-; \$*!0#\$&!<4+'\$&+*!4)\$!64)\$5!.-)!A,!+\$4; *!-.!
 #\$43+#!64)\$!<)-.\$**'-&43*!C!5-6+-)*B!&8)*\$*B!<#,*'6'4&!4**'*+4&+*B!<#,*'643!+#\$)4<'*+*B!
 *-6'43!0-)E\$)*B!4&5!-+#\$)*!0-)E'&2!*'5\$!A,!*'5\$9!% / 1!<)\$<4)\$*!4*<')'&2!#\$43+#!
 <)-.\$**'-&43*!.-)!*86#!6-334A-)4+'-&*!A,!#4('&2!+#\$; !3\$4)&!4&5!0-)E!A\$*'5\$!-+#\$)!
 +85\$&+!)\$<)\$*\$&+'&2!+#\$!.833!)4&2\$!-.!#\$43+#!<)-.\$**'-&*9!

#\$43+#!*6'\$&6\$*!64; <8*!+#\$)\$!0#'3\$!6)\$4+'&2!4!&\$0!('*'-&!.-)!-8)!P'55\$.-)5!]4; <8*!2)-8&5\$5!'&! +#\$!3'A\$)43!4)+*B!*6'\$&6\$*B!4&5!A8*'&\$**!5'*6'<3'&\$*9!!

: \$!0'33!3\$(\$)42\$!-8)!.-8&54+'-&43!*+)\$&2+#*!+-N!!

- 1 J<4&5!46+'(\$!4&5!6-334A-)4+'(\$!+\$46#'&2!4&5!3\$4)&'&2!+#)-82#!<\$542-2'643!'&&-(4+'-&! 4&5!\$&6\$5!+\$6#&-3-2'\$*c!!
- 1 & #4 & 6 \$! 8)!6 ; ; '+ ; \$ & +! + -! \$ J < \$)' \$ & +' 43!3 \$ 4) &' & 2c!!
-])\$4+\$!\$(\$&!; -)\$!-<<-)+8&'+'\$*!.-)!*+85\$&+*8!.4683+,8!4&5!<)-.\$**'-&43!*+4..!+-!0-)E!
 +-2\$+#\$)!46)-**!4645\$; '6!5'*6'<3'&\$*!4&5!<)-.\$**'-&43!<)-2)4; *c!4&5!
- a 54<+!4&5!*643\$!8<!+#\$!*-38+'-&*!0\$!.'&5!+-!6#433\$&2\$*!.46'&2!3-643!6-;; 8&'+'\$*!'&!-)5\$)! +-!455)\$**!*'; '34)!6#433\$&2\$*!4)-8&5!+#\$!23-A\$9!!

$$\begin{split} & S \, 8 \, (A) - 45 \, (A) + 45$$

6&*<')\$5!A, !+#'*!('*'-&!4&5!28'5\$5!A, !+#'*!<34&B!% / 1!0'33!\$; <-0\$)!*+85\$&+*!+-!4&+'6'<4+\$!4&5!; \$\$+!+#\$!6#433\$&2\$*!-.!+#'*!&\$0!0-)35!4&5!+-!A\$6-; \$!46+'(\$!3\$45\$)*!'&!6)\$4+'&2!'+*!.8+8)\$9!!

% / 1!C!.-)!+#\$!#\$43+#!-.!-8)!0-)359!

63#&\$7).'()*3***,&8!

 $\begin{aligned} &Q-38+'-\&^{*}!+-!+\#\$!6-; <3\$J!4\&5!(4)'\$5!6\#433\&2\$!0\$!.46\$!'\&!-8)!<\$)^{*}-\&43!4\&5!<)-.\$^{**'}-\&43!3'(\$^{*}8!\\ -8)!6-; ; &\&'+'\$^{*}8!4\&5!^{*}-6'\$+, !0'33!\&-!:A\$!.-8\&5!'\&!4\&, !*'&23\$!5'*6'<3'\&\$8!6-33\$2\$8!<\#, *'643!\\ &3-64+'-\&8!-)!'\&5'('58439!'''\#8^{*}8!-8)!4A'3'+, !+-!; -(\$!\$4*'3, !46)-**!*86\#!A-8\&54)'\$'!'\&!-)5\$)!+-!\\ &6-334A-)4+\$!0'+\#!6-33\$428\$^{*}!; &4E\$^{*}8^{*}!A\$!+\$)!<)-A3\$; !*-3(\$)*!4\&5!; -)\$!3'E\$3, !+-!*866\$$5!'&!\\ &0\#4+\$(\$)!(\$\&+8)*!0\$!8\&5\$)+4E\$9!!\end{aligned}$

!

9%7)&,&*8'*:-%).;<%)%''

: $\frac{14}{3} (\frac{1+4}{4}) + \frac{1}{4} +$

!

=)*38*)%**,*-*%'(*<*7&*8*%''

: 14): 14.): 14.

!

!"%;7)\$*<,>'3?'@#)'=27&%"''

: 14): - ; ; '++5!- !<)- ; -+'&2! (')-&; 4+438!*-6'438!4&5!*6-&- ; '6!0*330A\$'&2!+-!' ; <)-(1+48! #43+4!-.!'&5'('5843*8!6- ; ; 8&'+'*8!4&5!*6-* , *+\$; *9

09?9g9!1J<3-)\$!+#\$!8*\$!-.!-<\$&!<\$542-2'643!<)46+'6\$*B!'&6385'&2!+#\$!8*\$!-.!-<\$&! \$5864+'-&43!)\$*-8)6\$*9!

!

 $\begin{array}{l} \texttt{G9=9?!1\&\#4\&6\$!+\#\$!'\&+\$2)4+'-\&!-.!*+\$5\$\&+*!4\&5!.4683+,!.)-; !!\#\$!] -33\$2\$!-.!S*+\$-<4+\#'6!\\ \texttt{F}\$5'6'\&\$!'\&+-!+\#\$!'\&+\$)<)-.\$**'-\&43!*'; \$34+'-\&!4\&5!*'; \$34+'-\&!3\$4)\&'\&2!46+'('+'\$*!-\&!+\#\$!\\ \texttt{U-})+34\&5!!14; <8*!.-)!+\#\$! \\ \$43+\#!O6'\$\&6\$^{\$}9! \end{array}$

!

G9=9=!S..\$)!'&6\$&+'(\$*!.-)!.4683+,B!<)-.\$**'-&43!*+4..B!4&5!*+85\$&+*!+-!\$&242\$!'&! '&+\$)<)-.\$**'-&43!+\$46#'&2!4&5!*6#-34)*#'<!+#4+!455)\$**!)\$2'-&43B!&4+'-&43B!4&5!23-A43! '**8\$*!-.!';<-)+4&6\$9!!

!

 $\begin{array}{l} 09=9[!`$($3-<!4!*#4)$5!; -5$3!4&5!34&2842$!.-)!'&+$)<)-.$**'-&43!$5864+'-&43!4<<)-46\#$*!\\ A4*$5!-&!6-; ; -&!6-; <$+$&6'$*!4&5!(438$*9!!!!) \end{array}$

!

09=9e!05\$&+'., !4&5!\$&6\$!'&+\$)<)-.\$**'-&43!<)46+'6\$!TGUUV!-<<-)+8&'+'\$*!A\$+0\$\$&!.4683+, ! ; \$; A\$)*!'&!63'&'643!\$5864+'-&!\$&(')-&; \$&+*!+-!'&6)\$4*\$!*+85\$&+!\$&242\$; \$&+!'&!GUU9!!

 $\begin{array}{l} \texttt{G9=9f!1J<4\&5!+\#\$!'\&+\$2)4+'-\&!-.!'\&+\$)<)-.\$^{**'}-\&43!3\$4)\&'\&2!'\&+-!5'546+'6!6-\ ;<-\&\$^{*}!-.!+\#\$!\\\texttt{G8}))'\texttt{G838}\ ; \texttt{9!!} \end{array}$

!

!

!

69[9=!] - &+'&8\$!+-!683+'(4+\$!'&&-(4+'(\$!<4)+&\$)*#'<*!0'+#!-)24&'Y4+'-&*!'&!+#\$!<)'(4+\$B! <8A3'6B!4&5!&-+0.-)0<)-.'+!*\$6+-)*!+#4+!0'33!'&6)\$4*\$!-<<-)+8&'+'\$*!.-)!\$J<\$)'\$&+'43!3\$4)&'&2! '&!+#\$!*\$)('6\$!-.!A-+#!5'*6'<3'&4),!4&5!'&+\$)5'*6'<3'&4),!4645\$; '6!<)-2)4; *9! !

 $\begin{array}{l} \texttt{C9}[9[!R8)+\#\$)!5\$(\$3-<!)\$*-8)6\$*!4\&5!\$(\$\&**!+-!\#\$3<!.4683+,\texttt{B}!*+85\$\&**\texttt{B}!4\&5!<)-.\$**'-\&43!*+4..!\\ <)-\ ;\ -+\$!)\$6-2\&'+'-\&!-.!\$J<\$)'\$\&'+'43!3\$4)\&'\&2!-<<-)+8\&'+'\$!+\#4+!*8<<-)+!+\#\$!5\$(\$3-<;\$\&*!\\ -.!E\&-03\$52\$\texttt{B}!\#4A'+*!-.!; '\&5\texttt{B}!<)-.\$**'-\&43!6-; <\$+\$\&6'\$*\texttt{B}!4\&5!+\#\$!+)4'+*!-.!4\&!454<+'(\$\texttt{B}!)3'.\$3-\&2!3\$4)\&\$)9!! \end{array}$

!

 $\begin{array}{l} \texttt{C9}[9e!\texttt{G\&6})\$4*\$!'\&*\$)5'*\texttt{G'<3'\&4}, \texttt{IG-334A-}4+'-\&!4; -\&2!.4\texttt{G83+}, \texttt{B!}]4)\$\$)!\texttt{Q}\$)(\texttt{'6}\$*!<)-.\$**'-\&43!\\ *+4..\texttt{B}!4\&5!\%/1\texttt{H}*!\$\texttt{J<\$})'\$\&*\!+'4303\$4)\&'\&2!<\!\!4)\!+\&\$)*!\!\!+\!\!\!+!\texttt{T4V}!\$\&*\$\$)\$!\!\!+\!\!\!\#4\!\!\!+\!\!!\$\$\$5*!\!\!-.!\$; ;<\!\!3\!\!-.\$)*! \end{array}$

 $a ++)46+'&2B!)\\+4'&'&2B!4&5!2)4584+'&2!34)2\\+3!&85\\+*!4&5!&8*8)'&2!+#\\+')!+#\\+3!&2)4584+\\+!'*!.&8&54;\\+&43!+-!-8)!.&8+8)\\+9!:\\+10'33!6-&+'&8\\+!+-!6)\\+4&8+!-!6)\\+4&8+!-!6)\\+4&8+!-!6)\\+3!&4&5!-\\+'&4&3!\\+3!&4&5!-\\+'&4&3!\\+3!&4&5!-\\+'&4&3!\\+3!&4&5!\\+2!&4&5$

4.+\$)!+#\$')!6-33\$2\$!,\$4)*!C!\$J<4&5'&2!-8)!)-3\$!'&!4!3'.\$+';\$!-.!\$5864+'-&43!\$&242\$;\$&+9!!

 $\begin{array}{l} \texttt{GG9?9@!} \ \$'2\&!4\&5!*8*+4'\&!+\#\$!'\&*+'+8+'-\&43!!\&.)4*+)86+8)\$!\&\$5\$5!+-!)\$43'Y\$!\$J<4\&5\$5!\\ 0\ -)E.\ -)6\$!5\$(\$3-<;\$\&+!+)4'\&'2!4\&5!6-\&+'\&8'\&2!\$5864+'-\&9!! \end{array}$

!

GG9?9j!]-&+'&8-8*3,!)\$.'&\$!4&5!45(4&6\$!% / 1H*!*+85,!4A)-45!-<<-)+8&'+'\$*!4*!4!E\$,! 5'..\$)\$&+'4+-)!'&!<)-*<\$6+'(\$!*+85\$&+*H!5\$6'*'-&!;4E'&29!!

 $\begin{array}{l} 669 = 9?!P - 3^{+}\$)!\&\$0!4 <<3'64+'-\&*!4\&5!, '\$35!.)-; !\$J'*+'\&2!; 4)E\$+*!+\#) - 82\#!\&\#4\&6\$5!\\ 45(\$)+'*'\&2\&!; 4)E\$+'\&2\&!4\&5!)\$6)8'+; \$\&+!\$..-)+*!+\#4+!\$; <\#4*'Y\$!\% / 1!*!6-; <\$33'\&2!(438\$!<<)-<-*'+'-\&!4\&5!<)-2)4; ; 4+'6!5'*+'\&6+'(\$\&\$^{*}9!!!) \\ \end{array}$

GG9=9=!Q+)4+\$2'6433, !+4)2\$+!&\$0!; 4)E\$+*!4&5!(\$&8\$*!+-!*\$68)\$!)-A8*+!8&5\$)2)4584+\$B!

 $\begin{array}{l} \texttt{G69e9}{=!a^{*}} & \texttt{I}(4 \times 5!) \\ \texttt{I}(5 \times$

G09e9[!G; <3\$; \$&+!6-; ; 8&'64+'-&!; -543'+'\$*!+#4+!\$&*8)\$!*+85\$&+*B!.4683+,B!4&5! <)-.\$**'-&43!*+4..!\$J6#4&2\$!'&.-); 4+'-&!\$..\$6+'(\$3,!4A-8+!*+85\$&+0*8<<-)+!*\$)('6\$*!C! +#\$')!'; <-)+4&6\$B!<8)<-*\$*B!4(4'34A'3'+,B!+'; '&2B!4&5!466\$**'A'3'+,9!!

!

 $: \$!4)\$!4!6-334A-)4+'(\$!6-; ; 8\&'+,!-.!*6\#-34)*!+\#4+!(438\$*!433!.-); *!-.!*6\#-34)3, !!\&b8'), 9!S8)! \\ *+85\$\&+*!4\&5!.4683+, !<8)*8\$!)\$*\$4)6\#!4\&5!*6\#-34)*\#'<!+#4+!'*!'\&+\$33\$6+8433, !*+'; 834+'&2B!)\$2'-&433, !\\ \$*-2\&*'(\$B!4\&5!23-A433, !)\$3(4\&+9!: \$!6-\&.)-&!+!+\#\$!; -*+!<)\$*'*&2!6\#4333\&2\$*!-.!-8)!*-6'$+, !\\ +\#)-82\#!.-8\&54+'-&43B!+)4\&*34+'-&43B!4\&5!'&*+\$)5'*6'<3'&4), !4<<)-46\#\$*!+-!'&b8'), 9!6\&!455'+'-&!+-!+\#\$! \\ 6-&+)'A8+'-&*!-8)!.4683+, !; 4E\$!+-!.8\&54; $\&+43!5'*6-(\$)'\$*!4&5!+-!*-3('&2!+\#\$*\$!<)-A3$; *B!+\#$, !\\ \$&2422\$8&55)2)4584+\$B!2)4584+\$B!4\&5!<)-.\$*'-&43!*+85$&*+*!5')$6+3, !'&!+\#'*!0-)EB!; 4E'&2!)$*$4)6#! \\ 4\&5!*6\#-34)*\#'<!\$**$&*+'43!<4)+*!-.!*+85$&*+*H!$5864+'-&43!$J<$)'$&6$9!''#'*!$J<-*8)$!+-!+#$!#4&5*0 \\ -&!6)$4+'-&!4&5!4<<3'64+'-&!-.E&-03$52$!<)$<4)$*!% / 1!*+85$&*+*!.-)!*866$**!'&!64)$$)*!4&5! \\ 2)4584+$!*+85, !4&5!4<!)$*<-&*'A3!6'+'Y$&*9!!$

GGG9=9?!G&6)\$4*\$!4&5!';<)-(\$!+#\$!'&+\$2)4+'-&!-.!)\$*\$4)6#!'&+-!68))'6834!4&5!0'+#! \$J<\$)'\$&+'43!3\$4)&'&2!%&'(\$)*'+,00'5\$9! GGG9=9=9!1J<4&5!*+85\$&+!'&(-3(\$;\$&+!'&!)\$*\$4)6#!+#)-82#!6-334A-)4+'-&!O'+#!+#\$!S..'6\$!-.! G&& - (4+' - &9!!)GGG9=9[!U)-('5\$!; -)\$!)\$*\$4)6#!4&5!*6#-34)*#'<!-<<-)+8&'+'\$*!+#4+!4)\$!6)\$5'+0A\$4)'&2!-)! -...\$)\$5!4*!<4'5!.\$33-0*#'<*9!! GGG9=9e!1&6-8)42\$!-<\$&!*#4)'&2!-.!E&-03\$52\$B!-<\$&!*6'\$&6\$B!4&5!-<\$&!466\$**!<8A3'*#'&2! +-!<)-; -+\$!)\$*\$4)6#!4&5!*6#-34)*#'<!; -)\$!A)-453,9! GGG9=9f!1*+4A3'*#!'&6\$&+'(\$*!.-)!*+85\$&+*!+-!5'**\$: '&4+\$!+#\$!)\$*83+*!-.!+#\$')!)\$*\$4)6#!4&5! *6#-34)*#'<!+-!% / 1!.4683+, !4&5!*+85\$&+*c!4; -&2!4645\$; '6!4&5!5'*6'<3'&4), !4**-6'4+'-&*! \$J+\$)&433,c!4&5!+-!<-3'6,;4E\$)*B!<8A3'6!42\$&6'\$*B!*-6'43!*\$)('6\$!-)24&'Y4+'-&*B!4&5!-+#\$)!)\$3\$(4&+!6-;; 8&'+'\$*9!! GGG9=9g!1*+4A3'*#!'&+\$&*'(\$!*8;;\$)!)\$*\$4)6#!6-8)*\$*!8+'3'Y'&2!+#\$!6-)\$!)\$*\$4)6#!.46'3'+'\$*! .8&5\$5!A, !+#\$!.\$5\$)43!] \$&+\$)*!-.!P'-; \$5'643!W\$*\$4)6#!1J6\$33\$&6\$9!! ! 0669=9i!1J<4&5!2)4584+\$!<)-2)4; !-..\$)'&2*8!'&6385'&2!466\$3\$)4+\$5!-<+'-&*!.-)! 8&5\$)2)4584+\$!*+85\$&+*!4&5!5843!5\$2)\$\$!-<+'-&*9!! ١ GGG9=9@!1J<3-)\$!+#\$!5\$(\$3-<; \$&+!-.!4!U#9`9!<)-2)4; !'&!P'-; \$5'643!Q6'\$&6\$*!0'+#!5843! 5\$2)\$\$!-<+'-&*!T\$9298!`9\$9!<38*!U#9`9V9!! GGG9=9j!])\$4+\$!4!)-A8*+!8&5\$)2)4584+\$!#-&-)*!+#\$*'*!<)-2)4;!.-)!\$46#!;47-)9!! GGG9=9?>!`\$(\$3-<!'&&-(4+'(\$!34A-)4+-),!6-8)*\$*h34A-)4+-),!*\$6+'-&*!'&!43)\$45,!\$*+4A3'*#\$5! 6-8)*\$*9!! GGG9=9??!G&6)\$4*\$!5'(\$)*'+,!'&!34A-)4+-)'\$*!A,!6)\$4+'&2!<)-2)4;*!+-!)\$6)8'+!4&5!)\$+4'&! 8&5\$))\$<)\$*\$&+\$5!; '&-)'+, !4&5!U\$33!^)4&+0\$3'2'A3\$!*+85\$&+*9!! 1 GGG9[9?!Q+)\$&2+#\$&!<-3'6'\$*B!<)-6\$**\$*B!4&5!*8*+4'&4A3\$!'&.)4*+)86+8)\$!T\$929B!A)'52\$!! .8&5'&2B!)\$*\$4)6#!*<46\$B!*+4)+08<!<46E42\$*B!6-)\$!.46'3'+'\$*B!)\$*\$4)6#!; \$+#-5-3-2.B!4&5! *+4+'*+'6*!*8<<-)+!!+#4+!*8<<-)+!.4683+,!*866\$**!'&!*6#-34)3,!46+'('+'\$*9!! 6669[9=!1*+4A3'*#!4!<)-2)4:!.-)!.4683+.!: \$&+-)*#'<!4&5!<)-.\$**'-&43!5\$(\$3-<: \$&+!'&!

!

!

!

!

!

!

 $(009[9=!1^{+}4A3^{+}4!(-2)4; !.-)!.4683+, !; 5&+-)^{+} < !4&3!<-.5^{+} - .443!55(53-<; 5&+! &!)$)\$*\$4)6#!+-!'&6385\$!2)4&+!0)'+'&2B!2)4&+!; 4&42\$; \$&+B!4&5!*+)4+\$2'\$*!.-)!*\$\$E'&2!.8&5'&2! -<<-)+8&'+'\$*!.-)!A'-; \$5'643B!*-6'43

!

```
G \ 9?9[9!1&#4&6$!+#$!4++)46+'-&B!)$6)8'+ ; $&+B!4&5!)$+$&+'-&!-.!4!5'($)*$!.4683+, !4&5!
<)-.$**'-&43!*+4..!43-&2!(4)'-8*!5' ; $&*'-&*!-.!#8 ; 4&!5'..$)$&6$9!!
!
G \ 9?9e!a**$**!4&5!$&#4&6$!-8)!6-334A-)4+'-&!0'+#!5'($)*$!6- ; ; 8&'+,!;$ ; A$)*!4&5!
<4)+&$)*9!!
```

!

!

- !

!

G\9=9=!1&242\$!.4683+,!4&5!<)-.\$**'-&43!*+4..!'&!+#\$!<\$)'-5'6!4**\$**;\$&+!-.!5'(\$)*'+,B! \$b8'+,B!4&5!'&638*'-&!'&'+'4+'(\$*!4&5!A)-453,!*#4)\$!.'&5'&2*9!! !

 $\texttt{G} \setminus \texttt{9=9[!S..\$)!} - \texttt{A8*+!<)-.\$^{**'}-\&43!5\$(\$3-<;\$\&+!.-)!.4683+, !4\&5!<)-.\$^{**'}-\&43!^{*}+4..!+\#4+!$

!

!

\9?9=!1J<4&5!-<<-)+8&'+'\$*!.-)!2)4584+\$!4&5!'&+\$)<)-.\$**'-&43!*+85\$&+!\$J<\$)'\$&6\$*! 4A)-459!!

4A)-459!! !

\9?9e!G&6)\$4*\$!+#\$!&8;A\$)!-.!'&+\$)&4+'-&43!*+85\$&+*!0#-!*+85,!4+!% / 1B!A-+#!'&!;4+)'6834+\$5!5\$2)\$\$!<)-2)4;*!4&5!4*!*#-)+0+\$);B!('*'+'&2!*+85\$&+*9!!

!!

 $\label{eq:spinor} $$ - 9?!R8 + $$ - 34 + $$$

!

!

!

 $9[9[!!^{(\$3-<!4&5!*+)}&2+#$&!<)-2)4; *!+#)-82#!0#'6#!438; &'!-..$)!; $&+-)*#'<!4&5!$

!

\ G9e9g!G&6)\$4*\$!+#\$!*643\$!